



# MATHEMATICS

गणित

(311)

Time : 3 Hours]

समय : 3 घण्टे]

[Maximum Marks : 100

[पूर्णांक : 100

- Note :**
- (1) This question paper consists of **four Sections A, B, C and D** containing 33 questions.
  - (2) Question numbers **1 to 10 in Section A** are multiple choice questions (MCQ). Each question carries one mark. In each question there are four choices (A), (B), (C) and (D) of which only one is correct. You have to select the correct choice and indicate it in your answer book by writing (A), (B), (C) or (D) as the case may be. No separate time is allotted for attempting MCQ.
  - (3) Question numbers **11 to 16 in Section B** are very short answer questions and carry **2 marks** each.
  - (4) Question numbers **17 to 28 in Section C** are short answer questions and carry **4 marks** each.
  - (5) Question numbers **29 to 33 in Section D** are long answer questions and carry **6 marks** each.
  - (6) All questions are **compulsory**. There is no overall choice, however, alternative choices are given in some questions. In such questions, you have to attempt only one choice.

- निर्देश :**
- (1) इस प्रश्नपत्र में कुल 33 प्रश्न हैं, जो चार खण्डों अ, ब, स तथा द में विभाजित हैं ।
  - (2) खण्ड-अ में प्रश्न संख्या 1 से 10 तक बहुविकल्पीय प्रश्न हैं, जिनमें प्रत्येक के लिए 1 अंक निर्धारित है । प्रत्येक प्रश्न के उत्तर के रूप में (A), (B), (C) तथा (D) चार विकल्प दिए गए हैं जिन में से कोई एक सही है । आपको सही विकल्प चुनना है तथा अपनी उत्तर पुस्तिका में (A), (B), (C) तथा (D) में जो सही हो उत्तर के रूप में लिखना है । बहुविकल्पीय प्रश्न हल करने के लिए अलग से समय नहीं दिया गया है ।
  - (3) खण्ड-ब में प्रश्न संख्या 11 से 16 तक अति लघुउत्तरीय प्रश्न हैं तथा प्रत्येक के 2 अंक निर्धारित हैं ।
  - (4) खण्ड-स में प्रश्न संख्या 17 से 28 तक लघुउत्तरीय प्रश्न हैं तथा प्रत्येक के 4 अंक निर्धारित हैं ।
  - (5) खण्ड-द में प्रश्न संख्या 29 से 33 तक दीर्घ उत्तरीय प्रश्न हैं तथा प्रत्येक के 6 अंक निर्धारित हैं ।
  - (6) सभी प्रश्न अनिवार्य हैं । पूर्ण प्रश्नपत्र में विकल्प नहीं है, फिर भी कुछ प्रश्नों में, आंतरिक विकल्प हैं । ऐसे सभी प्रश्नों में से आपको एक ही विकल्प हल करना है ।



SECTION - A

खण्ड - अ

1 The matrix  $A = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -1 & 0 \end{bmatrix}$  is a : 1

- (A) Unit matrix (B) Diagonal matrix  
(C) Symmetric matrix (D) Skew-symmetric matrix

आव्यूह  $A = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -1 & 0 \end{bmatrix}$  एक :

- (A) इकाई आव्यूह है । (B) विकर्ण आव्यूह है ।  
(C) सममित आव्यूह है । (D) विषम सममित आव्यूह है । 

2 The principal value of  $\tan^{-1}(-\sqrt{3})$  is : 1

$\tan^{-1}(-\sqrt{3})$  का मुख्य मान है :

- (A)  $-\frac{\pi}{6}$  (B)  $\frac{5\pi}{6}$   
(C)  $-\frac{\pi}{3}$  (D)  $\frac{2\pi}{3}$  

3 Number of binary operations on the set  $\{a, b\}$  is : 1

समुच्चय  $\{a, b\}$  में द्विआधारी संक्रियाओं की संख्या है :

- (A) 8 (B) 10  
(C) 16 (D) 20



4 The slope of the normal to the curve  $y = 2x^2 + 3x + 5$  at  $x = 0$  is : 1

वक्र  $y = 2x^2 + 3x + 5$  के  $x = 0$  पर अभिलंब की प्रवणता है :

(A) -3

(B)  $-\frac{1}{3}$

(C) 3

(D)  $\frac{1}{3}$



5  $\int e^x \cdot \sec x(1 + \tan x) dx$  is equal to : 1

$\int e^x \cdot \sec x(1 + \tan x) dx$  बराबर है :

(A)  $e^x \cdot \tan x + c$

(B)  $e^x \cdot \sec x + c$

(C)  $e^x \cdot \sin x + c$

(D)  $e^x \cdot \cos x + c$

6 The value of  $\int_0^1 \frac{1}{1+x^2} dx$  is : 1

$\int_0^1 \frac{1}{1+x^2} dx$  का मान है :

(A)  $\pi$

(B)  $\frac{\pi}{2}$

(C)  $\frac{\pi}{3}$

(D)  $\frac{\pi}{4}$



- 7 The degree of the differential equation  $\left(\frac{d^2y}{dx^2}\right)^3 + \left(\frac{dy}{dx}\right)^2 + \sin x = 0$  is : 1

अवकल समीकरण  $\left(\frac{d^2y}{dx^2}\right)^3 + \left(\frac{dy}{dx}\right)^2 + \sin x = 0$  की घात है :

- (A) 3 (B) 2  
(C) 1 (D) 0

- 8  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 3x}{x}$  is equal to : 1

$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 3x}{x}$  बराबर है :

- (A) 1 (B) 3  
(C)  $\frac{1}{3}$  (D) 0

- 9 The angle between the vectors  $\vec{a} = 2\hat{i} - \hat{j} + \hat{k}$  and  $\vec{b} = \hat{i} - 3\hat{j} - 5\hat{k}$  is : 1

सदिशों  $\vec{a} = 2\hat{i} - \hat{j} + \hat{k}$  और  $\vec{b} = \hat{i} - 3\hat{j} - 5\hat{k}$  के बीच का कोण है :

- (A)  $\frac{\pi}{2}$  (B)  $\frac{\pi}{3}$   
(C)  $\frac{\pi}{4}$  (D)  $\frac{\pi}{6}$



10 Which of the following sentences is not a statement ?

1

(A) There is no rain without clouds.

(B)  $x + 5 = 11$

(C) All integers are natural numbers.

(D) All roses are white.

निम्नलिखित वाक्यों में से कौन-सा एक कथन नहीं है ?

(A) बादलों के बिना कभी भी वर्षा नहीं होती ।

(B)  $x + 5 = 11$

(C) सभी पूर्णांक, प्राकृत संख्याएँ भी हैं ।

(D) सभी गुलाब सफेद होते हैं ।

SECTION - B

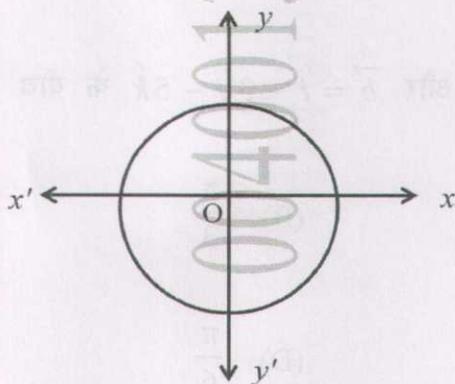
खण्ड - ब

11 If  $2 \begin{bmatrix} x & 5 \\ 7 & y-3 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 3 & -4 \\ 1 & 2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 7 & 6 \\ 15 & 14 \end{bmatrix}$ , then find the values of  $x$  and  $y$ . 2

यदि  $2 \begin{bmatrix} x & 5 \\ 7 & y-3 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 3 & -4 \\ 1 & 2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 7 & 6 \\ 15 & 14 \end{bmatrix}$ , तो  $x$  और  $y$  का मान ज्ञात कीजिए ।

12 Does the following graph represent a function ? Justify your answer. 2

क्या नीचे दिया हुआ आरेख एक फलन को निरूपित करता है ? अपने उत्तर के समर्थन में तर्क प्रस्तुत कीजिए ।



13 Find the derivative of  $\cot x$  w.r.t.  $x$  using quotient rule.

2

भाग विधि का उपयोग करके  $x$  के सापेक्ष  $\cot x$  का अवकलज ज्ञात कीजिए ।

OR / अथवा

If  $y = (3x + 1)(2x - 7)$ , find  $\frac{dy}{dx}$

यदि  $y = (3x + 1)(2x - 7)$ , तो  $\frac{dy}{dx}$  ज्ञात कीजिए ।

14 Evaluate :

2

मान ज्ञात कीजिए :

$$\int_{-\pi/2}^{\pi/2} \sin^7 x \, dx. \quad \text{QR}$$

15 If  $\vec{a} = 3\hat{i} + 2\hat{j} - 5\hat{k}$  and  $\vec{b} = 2\hat{i} + \hat{j} - 3\hat{k}$ , find a unit vector in the direction of  $\vec{a} - \vec{b}$ .

2

यदि  $\vec{a} = 3\hat{i} + 2\hat{j} - 5\hat{k}$  और  $\vec{b} = 2\hat{i} + \hat{j} - 3\hat{k}$ , तो  $\vec{a} - \vec{b}$  की दिशा में एकक सदिश ज्ञात कीजिए । QR

16 Write the converse of the following statements :

2

- If a number  $n$  is even, then  $n^2$  is even.
- If  $x$  is even number, then  $x$  is divisible by 4.

निम्नलिखित कथनों के विलोम लिखिए :

- यदि एक संख्या  $n$ , सम संख्या है, तो  $n^2$  सम संख्या है ।
- यदि  $x$  एक सम संख्या है, तो  $x$ , 4 से विभाजित होता है ।



SECTION - C

खण्ड - स

- 17 If  $A = \begin{bmatrix} 1 & -2 \\ 3 & 5 \end{bmatrix}$ ,  $B = \begin{bmatrix} 4 & 0 \\ -1 & 2 \end{bmatrix}$  and  $C = \begin{bmatrix} -1 & 0 \\ 0 & 3 \end{bmatrix}$ , then verify that 4

$$(AB)C = A(BC).$$

- यदि  $A = \begin{bmatrix} 1 & -2 \\ 3 & 5 \end{bmatrix}$ ,  $B = \begin{bmatrix} 4 & 0 \\ -1 & 2 \end{bmatrix}$  और  $C = \begin{bmatrix} -1 & 0 \\ 0 & 3 \end{bmatrix}$ , तो सत्यापित कीजिए कि

$$(AB)C = A(BC). \quad \text{QR}$$

- 18 Using properties of determinants, show that : 4

सारणिकों के गुणधर्मों का उपयोग करके सिद्ध कीजिए कि :

$$\begin{vmatrix} x & x^2 & yz \\ y & y^2 & zx \\ z & z^2 & xy \end{vmatrix} = (x-y)(y-z)(z-x)(xy+yz+zx). \quad \text{QR}$$

OR / अथवा

Using elementary transformation, find the inverse of the matrix  $A = \begin{bmatrix} 2 & 3 \\ 5 & 7 \end{bmatrix}$ .

प्रारम्भिक स्थानांतरण विधि का उपयोग करके आव्यूह  $A = \begin{bmatrix} 2 & 3 \\ 5 & 7 \end{bmatrix}$  का प्रतिलोम ज्ञात कीजिए ।



19 Prove that :

सिद्ध कीजिए कि :

$$\sin^{-1}\left(\frac{8}{17}\right) + \sin^{-1}\left(\frac{3}{5}\right) = \tan^{-1}\left(\frac{77}{36}\right).$$



20 Show that the relation  $R$  defined on the set  $A$  of all triangles in a plane as  $R = \{(t_1, t_2) : t_1 \cong t_2\}$  is an equivalence relation.

सिद्ध कीजिए कि एक समतल में सभी त्रिभुजों के समुच्चय  $A$  पर परिभाषित संबंध  $R = \{(t_1, t_2) : t_1 \cong t_2\}$  एक समतुल्य संबंध है ।

21 Examine the continuity of the function  $f$  defined by

$$F(x) = \begin{cases} \frac{x^2 - 4x + 3}{x - 1}, & x \neq 1 \\ -2, & x = 1 \end{cases} \text{ at } x = 1.$$

$x = 1$  के लिए,  $F(x) = \begin{cases} \frac{x^2 - 4x + 3}{x - 1}, & x \neq 1 \\ -2, & x = 1 \end{cases}$  द्वारा परिभाषित फलन  $f$  के

सांतत्य का परीक्षण कीजिए ।

22 If  $y = \cos(\log x)$ , find  $\frac{d^2y}{dx^2}$ .

यदि  $y = \cos(\log x)$ , तो  $\frac{d^2y}{dx^2}$  ज्ञात कीजिए ।



23 Solve the following differential equation :

4

निम्नलिखित अवकल समीकरण को हल कीजिए :

$$(2xy)dy - (x^2 + y^2)dx = 0.$$

OR / अथवा

Verify that  $y = \sin^{-1} x$  is a solution of the differential equation

$$(1 - x^2) \frac{d^2 y}{dx^2} - x \frac{dy}{dx} = 0.$$

सत्यापित कीजिए कि  $y = \sin^{-1} x$ , अवकल समीकरण

$$(1 - x^2) \frac{d^2 y}{dx^2} - x \frac{dy}{dx} = 0 \text{ का हल है।}$$



24 Find a point on the curve  $y = (x - 4)^2$ , where the tangent is parallel to the chord joining (4, 0) and (5, 1).

4

वक्र  $y = (x - 4)^2$  पर वह बिन्दु ज्ञात कीजिए जहाँ स्पर्श रेखा बिन्दुओं (4, 0) तथा (5, 1) को मिलाने वाली जीवा के समान्तर है।

25 Evaluate :

4

मान ज्ञात कीजिए :

$$\int \frac{x^2 + 1}{x^4 + 1} dx.$$



OR / अथवा



Evaluate :

मान ज्ञात कीजिए :

$$\int \sin^{-1} x \cdot dx.$$

26 Evaluate :

मान ज्ञात कीजिए :

$$\int_0^{\pi/4} \log(1 + \tan x) dx$$



27 The foot of the perpendicular drawn from  $(1, -2, -3)$  to a plane is  $(3, 2, -1)$ . Find the equation of the plane.

बिन्दु  $(1, -2, -3)$  से एक समतल पर खींचे गए लंब का पाद बिन्दु  $(3, 2, -1)$  है ।  
उस समतल का समीकरण ज्ञात कीजिए ।

28 If the position vectors of the points  $A, B, C$  and  $D$  are

$6\hat{i} - 7\hat{j}$ ,  $16\hat{i} - 19\hat{j} - 4\hat{k}$ ,  $3\hat{i} - 6\hat{k}$  and  $2\hat{i} - 5\hat{j} + 10\hat{k}$  respectively,

find  $(\vec{AB} \times \vec{AC}) \cdot \vec{AD}$ .



यदि बिन्दुओं  $A, B, C$  और  $D$  के स्थिति सदिश क्रमशः  $6\hat{i} - 7\hat{j}$ ,  $16\hat{i} - 19\hat{j} - 4\hat{k}$ ,

$3\hat{i} - 6\hat{k}$  और  $2\hat{i} - 5\hat{j} + 10\hat{k}$  हैं, तो  $(\vec{AB} \times \vec{AC}) \cdot \vec{AD}$  ज्ञात कीजिए ।



SECTION - D

खण्ड - द

- 29 Using matrix method, solve the following system of linear equations : 6

आव्यूह विधि का उपयोग करके निम्नलिखित रैखिक समीकरण निकाय को हल कीजिए :

$$4x + 3y + 2z = 60$$

$$x + 2y + 3z = 45$$

$$6x + 2y + 3z = 70$$

OR / अथवा

If  $A = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 2 \\ 0 & 2 & 1 \\ 2 & 0 & 3 \end{bmatrix}$ , then show that  $A^3 - 6A^2 + 7A + 2I = O$

Where I and O are unit and null matrix respectively of order 3 each.

यदि  $A = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 2 \\ 0 & 2 & 1 \\ 2 & 0 & 3 \end{bmatrix}$  तो सिद्ध कीजिए कि  $A^3 - 6A^2 + 7A + 2I = O$

जहाँ I और O क्रमशः इकाई और शून्य आव्यूह हैं जिनमें से प्रत्येक की कोटि 3 है ।

- 30 A square sheet of tin of side 24 cm is to be made into a box without top by cutting off square from each corner and folding up the flaps. What should 6

be the side of the square to be cut off so that the volume of the box is maximum ?

24 cm भुजा की टिन की वर्गाकार चादर के कोनों से वर्ग काटकर तथा इस प्रकार बने टिन के फलकों को मोड़कर ढक्कन रहित एक संदूक बनाया जाता है । काटे जाने वाले वर्ग की भुजा कितनी होनी चाहिए ताकि संदूक का आयतन अधिकतम हो ?



- 31 Using integration, find the area of the region bounded by the curves  $y = x^2$  and  $y = x + 6$ . 6

समाकलन का उपयोग करके चक्र  $y = x^2$  और  $y = x + 6$  द्वारा घिरे क्षेत्र का क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए । 

OR / अथवा

Evaluate :

मान ज्ञात कीजिए :

$$\int \frac{(3 \sin \theta - 2) \cos \theta}{5 - \cos^2 \theta - 4 \sin \theta} d\theta$$


- 32 Prove that the lines  $\frac{x+1}{-3} = \frac{y-3}{2} = \frac{z+2}{1}$  and  $\frac{x}{1} = \frac{y-7}{-3} = \frac{z+7}{2}$  are coplanar. Also, find the equation of the plane containing the lines. 6

सिद्ध कीजिए की रेखाएँ  $\frac{x+1}{-3} = \frac{y-3}{2} = \frac{z+2}{1}$  और  $\frac{x}{1} = \frac{y-7}{-3} = \frac{z+7}{2}$  समतलीय

हैं । जिस समतल में ये रेखाएँ स्थित हैं उसका समीकरण भी ज्ञात कीजिए ।

- 33 A manufacturer produces two types of book cases. The first type of book case requires 3 hours on machine A and 2 hours on machine B for completion, whereas the second type of book case requires 3 hours on machine A and 3 hours on machine B. The machine A can run at the most for 18 hours while the machine B for at the most 14 hours per day. He earns a profit of Rs. 30 on each book case of first type and Rs. 40 on each book case of second type. Assuming that the manufacturer can sell all the book cases he can manufacture, how many book cases of each type should be manufactured each day so as to have a maximum profit ? Formulate this as a Linear Programming problem and solve it graphically. 6



एक निर्माता दो प्रकार की पुस्तक अलमारी बनाता है । पहले प्रकार की अलमारी को पूर्ण बनाने के लिए मशीन A पर 3 घंटे तथा मशीन B पर 2 घंटे आवश्यक होते हैं जबकि दूसरे प्रकार की पुस्तक अलमारी के लिए मशीन A पर 3 घंटे तथा मशीन B पर 3 घंटे आवश्यक होते हैं । प्रतिदिन मशीन A अधिकतम 18 घंटे और मशीन B अधिकतम 14 घंटे चल सकती है । पहले प्रकार की प्रत्येक पुस्तक अलमारी पर वह रु. 30 और दूसरे प्रकार की प्रत्येक पुस्तक अलमारी पर रु. 40 का लाभ कमाता है । यह मानते हुए कि निर्माता जितनी पुस्तक अलमारी बनाता है, उतनी ही बेच भी देता है, प्रतिदिन, प्रत्येक प्रकार की कितनी पुस्तक अलमारी उसे बनानी चाहिए ताकि वह अधिकतम लाभ अर्जित कर सके ? इस समस्या को रैखिक प्रोग्रामन समस्या में रूपान्तरित कीजिए और इसे आरेखीय विधि से हल कीजिए ।



0040013

0040013





Roll No.  
अनुक्रमांक

--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

